

# STANDARDY KSZTAŁCENIA

## Kierunek Matematyka

### STUDIA PIERWSZEGO STOPNIA

#### I. USTALENIA OGÓLNE

Studia kończą się nadaniem tytułu zawodowego licencjata.

Studia trwają nie krócej niż 6 semestrów. Liczba godzin zajęć nie powinna być mniejsza niż 1800, a liczba punktów ECTS mniejsza niż 180.

#### II. KWALIFIKACJE ABSOLWENTA

Absolwent powinien posiadać podstawową wiedzę z zakresu matematyki i jej zastosowań. Absolwent powinien posiadać umiejętności: (1) przeprowadzania rozumowań matematycznych (dowodów), w szczególności klarownej identyfikacji założeń i konkluzji, (2) dokonywania złożonych obliczeń, (3) przedstawiania treści matematycznych w mowie i piśmie, (4) wydobywania informacji jakościowych z danych ilościowych, (5) formułowania problemów w sposób matematyczny w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie, (6) korzystania z modeli matematycznych niezbędnych w zastosowaniach matematyki i rozwijania ich, (7) posługiwania się narzędziami informatycznymi przy rozwiązywaniu teoretycznych i aplikacyjnych problemów matematycznych oraz (8) samodzielnego pogłębiania wiedzy matematycznej. Absolwent powinien być przygotowany do: (1) pracy w instytucjach wykorzystujących metody matematyczne, (2) nauczania matematyki w szkołach podstawowych, gimnazjach i szkołach zawodowych – po ukończeniu specjalności nauczycielskiej (zgodnie z odpowiednim rozporządzeniem ministra właściwego do spraw szkolnictwa wyższego w sprawie standardów kształcenia nauczycieli) oraz (3) kontynuacji edukacji na studiach drugiego stopnia. Absolwent powinien znać język obcy na poziomie biegłości B2 Europejskiego Systemu Opisu Kształcenia Językowego Rady Europy oraz umieć posługiwać się językiem specjalistycznym z zakresu matematyki.

#### III. RAMOWE TREŚCI KSZTAŁCENIA

##### III.1 GRUPY TREŚCI KSZTAŁCENIA, MINIMALNA LICZBA GODZIN ZAJĘĆ ORGANIZOWANYCH ORAZ MINIMALNA LICZBA PUNKTÓW ECTS

	godziny	ECTS
GRUPA TREŚCI PODSTAWOWYCH	690	85
<b>Razem</b>	<b>690</b>	<b>85</b>

### III.2 SKŁADNIKI TREŚCI KSZTAŁCENIA W GRUPACH, MINIMALNA LICZBA GODZIN ZAJĘĆ ORGANIZOWANYCH ORAZ MINIMALNA LICZBA PUNKTÓW ECTS

	godziny	ECTS
<b>GRUPA TREŚCI PODSTAWOWYCH</b>		
<b>Treści kształcenia w zakresie:</b>	<b>690</b>	<b>85</b>
1. Wstępu do logiki i teorii mnogości	60	
2. Rachunku różniczkowego i całkowego	240	
3. Algebry liniowej, algebry abstrakcyjnej oraz geometrii i elementów topologii	210	
4. Rachunku prawdopodobieństwa i statystyki	90	
5. Informatyki i matematyki obliczeniowej	90	

### III.3 WYSZCZEGÓLNIENIE TREŚCI I EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

#### GRUPA TREŚCI PODSTAWOWYCH

#### 1. Kształcenie w zakresie wstępu do logiki i teorii mnogości

*Treści kształcenia:* Rachunek zdań i kwantyfikatorów. Algebra zbiorów. Relacje. Funkcje. Liczby naturalne, indukcja matematyczna i rekurencja. Równoliczność zbiorów. Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory uporządkowane.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* stosowania rachunku zdań i kwantyfikatorów oraz indukcji matematycznej w prowadzeniu rozumowań, w szczególności w dowodzeniu twierdzeń; wykonywania działań na zbiorach i funkcjach; interpretowania zagadnień znanych z innych dziedzin matematyki w języku teorii zbiorów; rozumienia zagadnień związanych z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach.

#### 2. Kształcenie w zakresie rachunku różniczkowego i całkowego

*Treści kształcenia:* Liczby rzeczywiste i zespolone. Ciągi i szeregi liczbowe. Funkcje ciągłe i ich własności. Podstawowe funkcje elementarne i ich własności. Ciągi i szeregi funkcyjne. Zbiętość punktowa i jednostajna. Pochodna funkcji zmiennej rzeczywistej i zespolonej. Twierdzenia o wartości średniej. Badanie przebiegu funkcji. Wzór Taylora – rozwinięcia funkcji w szeregi potęgowe. Funkcje elementarne w dziedzinie zespolonej. Pochodna funkcji wielu zmiennych. Badanie ekstremów. Twierdzenie o funkcji odwrotnej i twierdzenie o funkcji uwikłanej. Całka nieoznaczona i oznaczona. Twierdzenie o zamianie zmiennych. Całki wielokrotne, krzywoliniowe i powierzchniowe. Klasyczne wzory całkowe. Elementy analizy fourierowskiej. Pojęcie równania różniczkowego oraz jego rozwiązanie, interpretacja geometryczna. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań równania różniczkowego (informacyjnie). Przykłady równań całkowych. Układy równań różniczkowych liniowych. Informacja o klasycznych równaniach cząstkowych fizyki matematycznej. Podstawowe algorytmy numeryczne dla zadań rachunku różniczkowego i całkowego.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* obliczania granic ciągów, funkcji jednej i wielu zmiennych; obliczania sum szeregów; badania zbieżności ciągów i szeregów; obliczania pochodnych i całek funkcji jednej i wielu zmiennych; badania przebiegu funkcji; rozwiązywanie podstawowych typów równań różniczkowych i ich układów; dostrzegania, interpretowania i wykorzystywania związków i zależności funkcyjnych wyrażonych za pomocą wzorów, wykresów, diagramów, schematów, tabel; stosowania zdobytej wiedzy, zarówno do rozwiązywania zagadnień teoretycznych jak i zagadnień praktycznych, w innych dziedzinach – w fizyce, chemii, technice,

ekonomii – w szczególności do modelowania matematycznego; wykorzystywania metod numerycznych do rozwiązywania wybranych zagadnień rachunku różniczkowego i całkowego.

### 3. **Kształcenie w zakresie algebry liniowej, algebry abstrakcyjnej oraz geometrii i elementów topologii**

*Treści kształcenia:* Przestrzenie liniowe, baza, wymiar. Przekształcenia liniowe, macierze. Wyznaczniki. Układy równań liniowych. Wartości i wektory własne przekształcenia liniowego. Pojęcie przestrzeni afinicznej. Formy kwadratowe. Podstawowe algorytmy numeryczne zagadnień algebry liniowej. Grupy i ich homomorfizmy, podgrupy, grupy ilorazowe. Grupy przekształceń, grupy permutacji. Struktura skończone generowanych grup abelowych. Pierścienie i ich homomorfizmy, ideały, pierścienie ilorazowe – związki z teorią liczb. Pierścienie wielomianów. Ciąg ułamków. Rozszerzenia ciał. Informacja o ciałach algebraicznie domkniętych. Przestrzenie euklidesowe, przekształcenia ortogonalne. Grupy izometrii i grupy podobieństw. Krzywe algebraiczne i powierzchnie drugiego stopnia. Geometria różniczkowa krzywych (krzywizna i torsja). Przestrzenie metryczne. Pojęcia metryczne (izometrie, zupełność) i topologiczne (ciągłość, zwartość, spójność). Informacja o różnych geometriach.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* rozwiązywania równań liniowych i ich interpretowania w terminach wektorów i odwzorowań liniowych; obliczania wyznaczników; znajdowania macierzy przekształceń liniowych w różnych bazach; obliczania wartości własnych i sprowadzania przekształceń/macierzy do postaci kanonicznej; dostrzegania struktury grupowej (pierścienia, ciała) w znanych obiektach algebraicznych (permutacje, izometrie, podzbiory liczb rzeczywistych i zespolonych); wyrażania faktów z elementarnej teorii liczb w terminach grup i pierścieni; opisywania twórców algebraicznych stopnia co najwyżej drugiego w różnych współrzędnych afinicznych; rozumienia relacji między algebraicznym i geometrycznym opisem przekształceń oraz zbiorów algebraicznych stopnia co najwyżej drugiego; badania kształtu krzywej gładkiej; rozumienia relacji klasyfikacji afinicznej, metrycznej i topologicznej; rozpoznawania podstawowych własności topologicznych podzbiorów w przestrzeni euklidesowej.

### 4. **Kształcenie w zakresie rachunku prawdopodobieństwa i statystyki**

*Treści kształcenia:* Przestrzeń probabilistyczna. Elementy kombinatoryki. Prawdopodobieństwo warunkowe. Niezależność zdarzeń. Schemat Bernoulliego. Zmienne losowe i ich rozkłady. Wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej. Niezależność zmiennych losowych. Prawa wielkich liczb. Centralne twierdzenia graniczne. Elementy statystyki opisowej. Przykłady wnioskowania statystycznego – estymacja parametrów, testowanie hipotez statystycznych i przedziały ufności.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych, wartości oczekiwanej, wariancji i odchylenia standardowego; analizowania podstawowych schematów doświadczalnych, w tym schematu Bernoulliego; badania niezależności zmiennych losowych; przeprowadzania prostego wnioskowania statystycznego.

### 5. **Kształcenie w zakresie informatyki i matematyki obliczeniowej**

*Treści kształcenia:* Elementy algorytmiki – problem i jego specyfikacja, algorytmy klasyczne, analiza algorytmów (poprawność i złożoność). Elementarne struktury danych. Elementy programowania w języku algorytmicznym wysokiego poziomu, środowisko programistyczne. Arytmetyka zmiennopozycyjna. Własności numeryczne algorytmów – poprawności stabilności. Pakiety matematyczne.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* rozpoznawania i specyfikowania algorytmicznych problemów matematycznych; układowania i analizowania algorytmów zgodnych ze specyfikacją; zapisywania algorytmów w języku programowania;

kompilowania, uruchamiania i testowania programów; sprawnego wykorzystywania narzędzi komputerowych do wspomagania pracy matematyka; oceny ograniczeń narzędzi komputerowych; posługiwania się co najmniej jednym pakietem matematycznym.

#### **IV. PRAKTYKI**

Praktyki powinny trwać nie krócej niż 3 tygodnie.

Zasady i formę odbywania praktyk ustala jednostka uczelni prowadząca kształcenie.

#### **V. INNE WYMAGANIA**

1. Programy nauczania powinny przewidywać zajęcia z zakresu: (1) wychowania fizycznego – w wymiarze 60 godzin, którym można przypisać do 2 punktów ECTS, (2) języków obcych – w wymiarze 120 godzin, którym należy przypisać 5 punktów ECTS, (3) technologii informacyjnej – w wymiarze 30 godzin, którym należy przypisać 2 punkty ECTS. Treści oraz efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje w zakresie technologii informacyjnej podane są w części wspólnej standardów.
2. Programy nauczania powinny zawierać treści z zakresu nauk humanistycznych lub społecznych w wymiarze nie mniejszym niż 60 godzin, którym należy przypisać nie mniej niż 3 punkty ECTS.
3. Programy nauczania powinny przewidywać zajęcia z zakresu ochrony własności intelektualnej.
4. Co najmniej 50% godzin zajęć powinny stanowić seminaria, konwersatoria lub ćwiczenia.
5. Student otrzymuje 10 punktów ECTS za przygotowanie do egzaminu dyplomowego (w tym za przygotowanie pracy dyplomowej, jeśli przewiduje ją program kształcenia).

#### **ZALECENIA**

1. Wskazana jest znajomość języka angielskiego.
2. W nauczaniu treści matematycznych zaleca się stosowanie narzędzi informatycznych, w szczególności pakietów matematycznych, oraz prowadzenie zajęć z wykorzystaniem komputera (np. laboratorium statystyczne).
3. W programach nauczania lub w poszczególnych zakresach treści kształcenia zaleca się umieszczanie elementów modelowania matematycznego lub przykładów praktycznych zastosowań teorii matematycznych.

# STANDARDY KSZTAŁCENIA

## Kierunek Matematyka

### STUDIA DRUGIEGO STOPNIA

#### I. USTALENIA OGÓLNE

Studia kończą się nadaniem tytułu zawodowego magistra.

Studia trwają nie krócej niż 4 semestry. Liczba godzin zajęć nie powinna być mniejsza niż 1000, a liczba punktów ECTS mniejsza niż 120.

#### II. KWALIFIKACJE ABSOLWENTA

Absolwent powinien posiadać pogłębioną wiedzę z zakresu matematyki i jej zastosowań. Absolwent powinien posiadać umiejętności: (1) konstruowania rozumowań matematycznych, testowania prawdziwości hipotez matematycznych, przedstawiania treści matematycznych w mowie i piśmie, (2) budowania modeli matematycznych niezbędnych w zastosowaniach matematyki, (3) posługiwania się zaawansowanymi narzędziami informatycznymi przy rozwiązywaniu teoretycznych i praktycznych problemów matematycznych oraz (4) samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej w zakresie aktualnych wyników badań. Absolwent powinien być przygotowany do: (1) samodzielnej pracy w instytucjach wykorzystujących metody matematyczne do przetwarzania i analizy danych, (2) nauczania matematyki w szkołach wszystkich poziomów – po ukończeniu specjalności nauczycielskiej (zgodnie z odpowiednim rozporządzeniem ministra właściwego do spraw szkolnictwa wyższego w sprawie standardów kształcenia nauczycieli) oraz (3) kontynuacji edukacji na studiach trzeciego stopnia (doktoranckich).

#### III. RAMOWE TREŚCI KSZTAŁCENIA

##### III.1 GRUPY TREŚCI KSZTAŁCENIA, MINIMALNA LICZBA GODZIN ZAJĘĆ ZORGANIZOWANYCH ORAZ MINIMALNA LICZBA PUNKTÓW ECTS

	godziny	ECTS
A. GRUPA TREŚCI PODSTAWOWYCH	120	16
B. GRUPA TREŚCI KIERUNKOWYCH	90	12
<b>Razem</b>	<b>210</b>	<b>28</b>

##### III.2 SKŁADNIKI TREŚCI KSZTAŁCENIA W GRUPACH, MINIMALNA LICZBA GODZIN ZAJĘĆ ZORGANIZOWANYCH ORAZ MINIMALNA LICZBA PUNKTÓW ECTS

	godziny	ECTS
<b>A. GRUPA TREŚCI PODSTAWOWYCH</b>	<b>120</b>	<b>16</b>
<b>Treści kształcenia w zakresie:</b>		
1. Analizy rzeczywistej i zespolonej	60	
2. Analizy funkcjonalnej	30	
3. Topologii	30	

<b>B. GRUPA TREŃCI KIERUNKOWYCH</b>	<b>90</b>	<b>12</b>
<b>TreŃci ksztaczenia w zakresie:</b>		
1. Algebry i teorii liczb		
2. Logiki i podstaw matematyki		
3. Analizy matematycznej		
4. Równań różniczkowych		
5. Geometrii i topologii		
6. Metod stochastycznych i statystyki matematycznej		
7. Matematyki dyskretnej i matematycznych podstaw informatyki		
8. Metod numerycznych		
9. Zastosowań matematyki		

### III.3 WYSZCZEGÓLNIENIE TREŃCI I EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

#### A. GRUPA TREŃCI PODSTAWOWYCH

##### 1. Kształcenie w zakresie analizy rzeczywistej i zespolonej

*TreŃci ksztaczenia:* Teoria miary i całki. Funkcje mierzalne i ich zbieżność Całka Lebesgue'a. Miara i całka w produkcie kartezjańskim. Funkcje holomorficzne, twierdzenie całkowe Cauchy'ego i jego konsekwencje. Szeregi potęgowe i szeregi Laurenta, klasyfikacja punktów osobliwych. Funkcje meromorficzne.

*Efekty ksztaczenia – umiejętności i kompetencje:* przedstawiania konstrukcji miary i całki Lebesgue'a oraz ich własności; stosowania miary i całki w zagadnieniach teoretycznych i praktycznych, w szczególności w probabilistyce; prezentacji i interpretacji różnic i podobieństw między różniczkowalnością<sup>1</sup> rzeczywist<sup>1</sup> i zespolon<sup>1</sup>; stosowania metod analizy zespolonej, w szczególności rozwijalności funkcji w szereg; wykorzystywania reszduów do obliczania całek.

##### 2. Kształcenie w zakresie analizy funkcjonalnej

*TreŃci ksztaczenia:* Przestrzenie Banacha. Operatory i funkcjonały liniowe. Przestrzenie ciągłych i przestrzenie funkcyjne. Klasyczne twierdzenia o funkcjonałach i operatorach w przestrzeniach Banacha. Przestrzenie Hilberta, bazy ortonormalne. Szeregi Fouriera, zagadnienie najlepszej aproksymacji, twierdzenie spektralne (bez dowodu). Zastosowania aparatu analizy funkcjonalnej.

*Efekty ksztaczenia – umiejętności i kompetencje:* rozumienia i posługiwania się językiem oraz metodami analizy funkcjonalnej w zagadnieniach analizy matematycznej i jej zastosowaniach; doboru przestrzeni i operatorów odpowiednich dla rozpatrywanych zagadnień.

##### 3. Kształcenie w zakresie topologii

*TreŃci ksztaczenia:* Przestrzenie topologiczne i przekształcenia ciągłe. Operacje na przestrzeniach topologicznych. Zwartość, spójność Topologie w przestrzeniach odwzorowań. Homotopia przekształceń, homotopijna równoważność, grupa podstawowa. Klasyfikacja topologiczna rozmaitości wymiaru 1 i 2 (bez dowodu).

*Efekty ksztaczenia – umiejętności i kompetencje:* rozpoznawania struktur topologicznych i ich podstawowych własności w obiektach matematycznych występujących w geometrii i analizie matematycznej – w szczególności w rozmaitościach gładkich i przestrzeniach odwzorowań.

## B. GRUPA TREŃCI KIERUNKOWYCH

### 1. Kształcenie w zakresie algebry i teorii liczb

*Treści kształcenia:* Teoria grup, pierścieni i ciał – dyskusja wybranych klas grup, pierścieni i ciał ważnych dla zastosowań. Teoria Galois. Przegląd najważniejszych metod algebraicznych, geometrycznych, analitycznych i probabilistycznych w relacji do klasycznych problemów teorii liczb – rozmieszczenie liczb pierwszych (funkcje dzeta i funkcje L), równania diofantyczne i kongruencje (metoda sum trygonometrycznych, równania nad ciałami skończonymi), liczby algebraiczne i p-adyczne.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* świadomego stosowania metod algebraicznych; stosowania metod algebry, analizy i geometrii w rozwiązywaniu problemów arytmetycznych.

### 2. Kształcenie w zakresie logiki i podstaw matematyki

*Treści kształcenia:* Syntaktyka i semantyka rachunku zdań, system aksjomatyczny rachunku zdań i jego powiązanie z syntaktyką i semantyką rachunku predykatów, system aksjomatyczny rachunku predykatów, pojęcie teorii formalnej, dowodu, konsekwencji, spełniania i modelu, powiązanie systemu rachunku predykatów. Funkcje i relacje rekurencyjne. Własności metalogiczne teorii formalnych – niesprzeczność, zupełność, informacje o rozstrzygalności i nierozstrzygalności.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* zapisywania zdań języka potocznego i języka matematyki w języku rachunku zdań i języku rachunku predykatów; sprawdzania poprawności wnioskowań w budowaniu dowodów formalnych; postrzegania struktury teorii formalnych i rozumienia znaczenia ich własności metamatematycznych; rozróżniania aspektu syntaktycznego i semantycznego; dostrzegania istnienia teorii i problemów rozstrzygalnych i nierozstrzygalnych; definiowania funkcji i relacji rekurencyjnych; stosowania tezy Churcha.

### 3. Kształcenie w zakresie analizy matematycznej

*Treści kształcenia:* Powierzchnie gładkie w przestrzeni euklidesowej. Przestrzeń styczna. Formy różniczkowe, całkowanie form różniczkowych. Twierdzenie Stokesa. Potencjał, pole potencjalne, warunki konieczne i dostateczne na potencjalność pola.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* posługiwania się formami różniczkowymi; obliczania całek krzywoliniowych i powierzchniowych, znajdowania potencjału pola wektorowego oraz stosowania ich w wybranych zagadnieniach z teorii pola występujących w fizyce i technice.

### 4. Kształcenie w zakresie równań różniczkowych

*Treści kształcenia:* Równania różniczkowe zwyczajne – istnienie, jednoznaczność i ciągła zależność rozwiązań. Analityczne i numeryczne rozwiązywanie wybranych typów równań, w tym układów równań liniowych i równań wyższych rzędów. Punkty stacjonarne i ich stabilność. Równania różniczkowe cząstkowe – klasyczne równania fizyki oraz wybrane metody rozwiązywania zagadnień początkowych i brzegowych z nimi związanych.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* analizowania przebiegu oraz znajdowania dokładnych i przybliżonych rozwiązań równań różniczkowych zwyczajnych i ich układów; orientowania się w metodach rozwiązywania klasycznych równań różniczkowych cząstkowych rzędu drugiego; opisywania prostych procesów fizycznych za pomocą równań różniczkowych; rozwiązywania zagadnień praktycznych w innych dziedzinach – fizyce, chemii, technice, ekonomii; korzystania z komputera w trakcie analizy i rozwiązywania równań różniczkowych.

### 5. Kształcenie w zakresie geometrii i topologii

*Treści kształcenia:* Elementy geometrii różniczkowej – rozmaitości Riemanna, koneksje, rozmaitości o stałej krzywiznie. Elementy topologii algebraicznej – teoria homologii i kohomologii singularnych, homologiczne własności rozmaitości, różniczkowe interpretacje niezmienników topologicznych (stopnia przekształcenia).

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* rozpoznawania struktur geometrycznych w teoriach fizycznych; dokonywania zmian ukł<sup>3</sup>adów współrzędnych; obliczania homologii i innych niezmienników algebraicznych nieskomplikowanych przestrzeni i przekształceń.

## **6. Kształcenie w zakresie metod stochastycznych i statystyki matematycznej**

*Treści kształcenia:* Wielowymiarowe zmienne losowe i ich przykłady (wielowymiarowy rozkład normalny). Rozkłady funkcji jedno- i wielowymiarowych zmiennych losowych. Funkcja charakterystyczna i inne transformaty. Rodzaje zbieżności zmiennych losowych i ich rozkładów. Twierdzenia graniczne rachunku prawdopodobieństwa. Matematyczna teoria estymacji i teoria testowania hipotez, z uwzględnieniem metod nieparametrycznych. Elementy teorii łańcuchów Markowa. Przykłady procesów stochastycznych – proces Poissona, proces Wienera.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* swobodnego operowania rozkładami jedno- i wielowymiarowymi; stosowania twierdzeń granicznych rachunku prawdopodobieństwa, w szczególności w statystyce; modelowania stochastycznego w matematyce finansowej i aktuarialnej, naukach przyrodniczych, fizyce, chemii; przeprowadzania ekspertyz statystycznych.

## **7. Kształcenie w zakresie matematyki dyskretnej i matematycznych podstaw informatyki**

*Treści kształcenia:* Elementy teorii grafów – spójność, skojarzenia, cykle Hamiltona, kolorowanie wierzchołków i krawędzi grafu, planarność. Zagadnienia ekstremalne teorii grafów – twierdzenia Turana i Ramseya. Elementy kombinatoryki – metody, przeliczania obiektów kombinatorycznych, twierdzenie Polya, ekstremalna teoria zbiorów, zbiory częściowo uporządkowane, metoda probabilistyczna Erdősa. Elementy teorii obliczeń – funkcje obliczalne, automaty i maszyny Turinga, języki formalne, złożoność obliczeniowa, logika obliczeniowa.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* modelowania problemów praktycznych w języku teorii grafów; rozróżniania i przeliczania obiektów kombinatorycznych; rozumienia matematycznych podstaw analizy algorytmów i procesów obliczeniowych; definiowania funkcji obliczalnych za pomocą rekursji i operatora minimum; definiowania skł<sup>3</sup>adni języków programowania i języka naturalnego za pomocą minimalizacji automatów i wyznaczania wyrażeń regularnych; odróżniania problemów rozstrzygalnych od nierozstrzygalnych; wyznaczania górnego i dolnego ograniczenia złożoności problemu; poszukiwania się logikami reprezentacji wiedzy w językach zapytań i odpowiedzi dla bazy danych; stosowania metod automatycznego dowodzenia twierdzeń oraz logicznego wspomaganie weryfikacji i specyfikacji programów.

## **8. Kształcenie w zakresie metod numerycznych**

*Treści kształcenia:* Metody przybliżonego rozwiązywania: układów równań liniowych i nieliniowych, macierzowego zagadnienia własnego i zadania optymalizacyjnego. Uwarunkowanie wybranych zadań numerycznych. Wybrane metody aproksymacji w przestrzeniach funkcyjnych. Elementy złożoności obliczeniowej. Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych i cząstkowych. Całkowanie numeryczne. Współczesne narzędzia komputerowe i ich wykorzystywanie w praktycznych obliczeniach naukowych.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* badania własności numerycznych zadań matematycznych (teoretycznych i z zastosowań); badania własności algorytmów numerycznych i ich stosowania do rozwiązywania tych zadań; konstruowania nowych algorytmów, o dobrych własnościach numerycznych, do rozwiązywania niestandardowych problemów; praktycznego wykorzystywania wyrafinowanych algorytmów numerycznych i pakietów w matematyce i obliczeniach naukowych.

## **9. Kształcenie w zakresie zastosowań matematyki**

*Treści kształcenia:* Dane eksperymentalne w modelowaniu matematycznym. Modelowanie przy pomocy równań różnicowych i różniczkowych. Metody optymalizacyjne w modelowaniu. Podstawy modelowania probabilistycznego i symulacji komputerowych. Modelowanie matematyczne w przyrodzie i technice.

*Efekty kształcenia – umiejętności i kompetencje:* opisywania sytuacji z realnego świata w języku matematyki; przenoszenia matematycznych dowodów do niematematycznych kontekstów; stosowania wiedzy matematycznej przy tworzeniu i wykorzystywaniu modeli matematycznych; wykorzystywania komputerów w procesie modelowania; prowadzenia pracy zespołowej w trakcie modelowania; przekazywania wyników modelowania w formie pisemnej i ustnej niematematykom.

#### **IV. INNE WYMAGANIA**

1. Kształcenie powinno obejmować treści kierunkowe z co najmniej dwóch zakresów kształcenia – łącznie w wymiarze nie mniejszym niż 90 godzin.
2. Co najmniej 50% godzin zajęć powinno być przeznaczonych na seminaria, konwersatoria lub ćwiczenia wymagające od studenta samodzielnej pracy przy rozwiązywaniu zadań lub opracowywaniu zagadnień.
3. Za przygotowanie pracy magisterskiej i przygotowanie do egzaminu dyplomowego student otrzymuje 20 punktów ECTS.

#### **ZALECENIA**

1. Zaleca się wspomaganie nauczania treści matematycznych przez stosowanie narzędzi informatycznych, w szczególności korzystanie z pakietów matematycznych oraz prowadzenie zajęć z wykorzystaniem komputera (np. laboratorium statystyczne). W programach nauczania lub w poszczególnych zakresach treści kształcenia zaleca się umieszczanie elementów modelowania matematycznego lub przykładów praktycznych zastosowań teorii matematycznych.
2. Zaleca się, aby godziny przeznaczone na treści podstawowe, w zależności od przygotowania studentów, były wykorzystane do ugruntowania treści kształcenia objętych standardami dla studiów pierwszego stopnia lub do rozszerzenia tych treści.
3. Zaleca się, by studenci, którzy na studiach pierwszego stopnia zaliczyli treści wyszczególnione w grupie treści podstawowych, mogli w ich miejsce uczestniczyć w zajęciach obejmujących inne treści matematyczne.
4. Zaleca się, w przypadku zróżnicowanego przygotowania studentów podejmujących studia drugiego stopnia, by treści regulowane standardami służyły – w miarę możliwości – do uzupełniania poziomu wiedzy studentów.